

<資料>

【背景】

量子力学では、量子状態に加えられる操作はユニタリ行列で表現できるという確立された理論があるが、量子計算では、この枠組みの中で考えている量子計算機が万能（ユニバーサル）であるか、すなわち、それがどのようなユニタリ行列（量子情報処理）でも構成できるかどうかが問題となる。いわゆる（単一）量子ビット系とは、量子情報の最小単位である量子ビットを担う量子系であるが、量子ビット系のユニタリ行列 U は、数学の理論によって 3 次元の回転にうまく対応することが分かっているため、ユニタリ行列と回転を同じものとして扱うことがある。したがって、量子ビット系の万能量子計算機の問題を解くことは、任意の回転を一定の制約のもと回転の系列（の積）として構成するという素朴な幾何学的問題をも解くことになる。本成果におけるユニタリ行列（回転）の系列に対する制約とは、系列中の回転の軸を与えられた 2 軸に限定するというものである。前述の δ は、この 2 軸のなす角である。変数 δ は量子計算機の基礎ゲートの特徴付けるパラメータといえるが、本成果は $N(U, \delta)$ を U と δ の関数として与えた。

なお、最も基礎的な（単一）量子ビット系の万能性を解決すれば、これを応用して多量子ビット系の万能量子計算機の構成問題も理論的には解決することが知られている。

【誤信から本成果へ】

本成果で扱った問題がテーマとなった経緯は以下の通りである。Nielsen-Chuang [1] を初めとする複数の著名な研究者による量子計算機関係の教科書では、「(δ の値に依らず) $N(U, \delta)$ が常に 3 以下」ということに等価な記述があり、量子計算機の万能性をこれに帰着させている。濱田教授はこの「 $N(U, \delta)$ が常に 3 以下」との主張に疑問を感じ、それが誤りであることを証明した。ここでは、本成果との対応のため $N(U, \delta)$ を使って説明したが、量子計算機分野では $N(U, \delta)$ のような関数を求めるという問題意識すらなかった。（何故なら、その数が 3 以下だと思い込み、研究価値があることすら認識されなかったからである。）その後、濱田教授は、最適性の点で幾分弱い成果を経て、 $N(U, \delta)$ とそれを達成する最適なユニタリ行列（回転）の系列構成法を発見し今回の発表に至った。

本来、理論研究者は実験研究者や技術者へ指針となる理論を提供すべきであるが、今回の誤信は理論研究者がミスリードしてしまった残念な事例と言えよう。本成果では、誤信を正すに止まらず、代わりに何が出来るか（ソリューション）を与え、しかもそれが最適なソリューションであることを証明している。

補足：上記誤信が見受けられる最も古い文献は Nielsen-Chuang [1] のようである（同書十周年記念版でも訂正されなかった）。これは量子計算機分野の標準的な教科書であり邦訳もされ、また多くの量子計算機に関する教科書がこれの影響を受けている。文献 [1] を含めそのような教科書の少なくとも 3 冊に誤信が明白に記されている。

[1] M.Nielsen and I.Chuang, Quantum Computation and Quantum Information, Cambridge University Press, 2000.